TS MATHEMATIQUES DEVOIR MAISON N°3 ARENDRE LE JEUDI 4 NOVEMBRE 2010

► **Exercice**

1. Soit g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - 3x - 4$.
   a) Déterminer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
   b) Dresser le tableau de variations de g.
   c) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[2\,;3]$, puis déterminer une valeur approchée de α à $0,1$ près par excès.
   d) Déduire des deux questions précédentes le signe de $g(x)$ sur $]-\infty\,;\alpha[$ et sur $]\alpha\,;+\infty[$.
2. Soit f définie sur $]1\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^3+2x^2}{x^2-1}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.
   a) Déterminer la limite de f en 1. En déduire l'existence d'une asymptote à C_f dont on donnera une équation.
   b) Déterminer la limite de f en $+\infty$.
   c) Dériver f et montrer que, pour tout $x > 1$, $f'(x) = \dfrac{x\,g(x)}{(x^2-1)^2}$.
   d) En déduire, à l'aide de la question 1. d), le tableau de variations de f (en fonction de α).
   e) Montrer que la droite D d'équation $y = x + 2$ est une asymptote à C_f.
   f) Montrer qu'il n'existe pas de points de la courbe C_f où la tangente est parallèle à D.